Krakowska Matematyka 2021

„Setne urodziny Stanisława Lema i inne krakowskie rocznice”

Czas 60 minut. W wyznaczonych miejscach powinno być pełne rozwiązanie. Trzeba je przepisać z brudnopisu.

POWODZENIA!

W roku 2021 obchodzimy w Krakowie kilka ważnych rocznic. Sto lat temu, w roku 1921, urodził się Stanisław Lem, znany pisarz, twórca literatury SF (fantastyki naukowej).

Zadanie 1. (1 p.) Ile z dwunastu liter tworzących napis STANISŁAW LEM jest łamaną złożoną z co najmniej dwóch odcinków?

A) 12 **B)** 8 **C)** 5 **D)** 4

Zadanie 2. (1 p.) Ile jest kątów ostrych między bokami łamanych tworzących napis LEM?

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 5

Zadanie 3. (1 p.) Stanisław Lem układał żartobliwe dyktanda dla siostrzeńca żony. Oto jedno ze zdań dyktanda, w którym chłopiec miał wpisać w trzy puste miejsca podane do wyboru litery.

Jak wiadomo, padalce nie szybują w prze_two_a_, ponieważ im na tym nie zależy.

W siódmym wyrazie zamiast kresek (podkreśleń) można wybrać: na pierwszym miejscu **s** lub **z**, na drugim **rz** lub **ż**, a na trzecim **ch** lub **h**. Ile jest wszystkich możliwych błędnych zapisów tego siódmego wyrazu?

A) 3 **B)** 6 **C)** 7 **D)** 8

Zadanie 4. (1 p.) Wśród kandydatów do nagrody Nobla był Stanisław Lem i Wisława Szymborska. W 1996 roku Nagrodę Nobla dostała Wisława Szymborska. Stanisław Lem miał wtedy 75 lat. Ile różnych czynników jest w rozkładzie liczby 75 na czynniki pierwsze?

A) 2 **B)** 3 **C)** 5 **D)** 6

Zadanie 5. (1 p.) Po uroczystości wręczenia nagród Nobla odbywa się uroczysty bankiet na 1250 osób. W 1996 roku Wisława Szymborska w czasie bankietu siedziała obok króla Szwecji i opowiadała mu anegdoty. Gdyby jedną z anegdot, którą opowiadała mu przez pół minuty, opowiedziała po kolei 1249 osobom, to trwałoby to:

A) około 6 godzin **B)** około 10 godzin **C)** około 12 godzin **D)** około 20 godzin

Zadanie 6. (1 p.) Suma kwadratów cyfr liczby 1250 jest równa

A) 8 **B)** 30 **C)** 100 **D)** 1562500

W zadaniach 7 – 12 podaj pełne rozwiązanie. Zapisz wszystkie obliczenia, pamiętając o poprawnych jednostkach i zapisz odpowiedź.

Zadanie 7. (2 p.) Daty wpisujemy często z uwzględnieniem zer w formacie DDMMRRRR (dzień – 2 cyfry, miesiąc – 2 cyfry, rok – cztery cyfry). Mówimy, że data jest palindromiczna, jeżeli numer dnia, numer miesiąca i numer roku tworzą taką liczbę, która czytana od lewej do prawej i od prawej do lewej jest taka sama. Taką datą jest, np. 12 stycznia 1021 roku, bo otrzymujemy liczbę 12011021. Czy w roku 1921, w którym urodził się Stanisław Lem, jest data palindromiczna? Uzasadnij odpowiedź.

Zadanie 8. (3 p.) W czasie wojny Stanisław Lem współpracował z polskim ruchem oporu, przekazując amunicję i materiały wybuchowe pozyskane w warsztacie, w którym pracował. Chłopcy: Wiktor, Antoni i Jan uczyli się strzelać do celu. Antoni oddaje strzały co 6 sekund, Wiktor w odstępach 12-sekundowych, Jan zaś w odstępach 8-sekundowych. Ile razy w ciągu trzech minut chłopcy wystrzelili jednocześnie, jeśli wiadomo, że pierwszy strzał oddali w tym samym momencie? Uzasadnij i zapisz odpowiedź.

Zadanie 9. (4 p.) W 2007 roku otwarto w Krakowie Ogród Doświadczeń im. Stanisława Lema. Przy wejściu do Ogrodu Doświadczeń znajduje się mapa ogrodu, na której zaznaczono wszystkie stanowiska doświadczalne – ponumerowane od 1 do 74. Ania i Ola postanowiły, że odwiedzą wszystkie stanowiska, których numery są liczbami podzielnymi przez 4. Tomek, Marek i Paweł wybrali zaś te, których numery to liczby parzyste podzielne przez 3.

a) Ile stanowisk i z jakimi numerami odwiedziły dziewczęta, a ile i z jakimi numerami odwiedzili chłopcy?

b) Podaj numery wszystkich stanowisk, które zostały odwiedzone zarówno przez chłopców, jak i przez dziewczęta.

Zadanie 10. (3 p.) Przygotowując jedno ze stanowisk doświadczalnych, podzielono trawnik w kształcie równoległoboku o obwodzie 48 m na trzy jednakowe romby. Oblicz obwód jednego z tych rombów. Zapisz odpowiedź i uzasadnienie.

Zadanie 11. (3 p.) W ogrodzie jest labirynt z zielonych krzewów nazwany *Lem-biryntem*. Przemierzając ścieżki tego labiryntu, spotykamy cytaty z utworów Stanisława Lema. Najbardziej znaną powieścią jest „Solaris". Wartość poniższego wyrażenia to rok, w którym została wydana. Oblicz wartość tego wyrażenia, a następnie zapisz wynik w systemie rzymskim.
Zapisz obliczenia cząstkowe.

$$\left(2\cdot 3^2 + 1\tfrac{2}{5} : \tfrac{20}{23}\right) : 0{,}01 =$$

Zadanie 12. (3 p.) Bohaterem innej powieści Stanisława Lema, „Głos Pana", jest matematyk Piotr Hogarth, który w czasie podróży rozwiązywał zagadki. Oto jedna z zagadek:

Suma dwóch liczb naturalnych jest równa 64. Przy dzieleniu większej liczby przez mniejszą otrzymujemy iloraz 3 i resztę 4. Znajdź te liczby. Wyjaśnij jak zostały znalezione i zapisz sprawdzenie.