Krakowska Matematyka 2021

Setne urodziny Stanisława Lema i inne krakowskie rocznice

Czas 75 minut. POWODZENIA!

W zadaniach 1–6 zaznacz poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (1 p.) W logo Roku Lema (rysunek obok) wykorzystano cyfry w różnym ułożeniu.
Przeczytaj poniższe cztery zdania dotyczące tych cyfr.

- Więcej cyfr jest zbudowanych tylko z samych odcinków.
- Wszystkie cyfry są liczbami pierwszymi.
- Dwie spośród ośmiu cyfr są parzyste.
- Poziomych odcinków równoległych jest więcej niż pionowych odcinków równoległych.

Ile z tych zdań jest prawdziwych:

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4

Zadanie 2. (1 p.) Wydano 50 książek Stanisława Lema. Rozeszły się w 40 milionach egzemplarzy. Ile średnio egzemplarzy przypada na jedną książkę?

A) 80 000 **B)** 800 000 **C)** 8 000 000 **D)** 20 000 000

Zadanie 3. (1 p.) Ile spośród dwudziestu jeden liter tak zapisanego tytułu:

KONGRES FUTUROLOGICZNY

ma osie symetrii i ma ich co najwyżej dwie?

A) 7 **B)** 8 **C)** 10 **D)** 11

Zadanie 4. (1 p.) Na stronie internetowej zamieszczono informację, że w kongresie futurologicznym uczestniczyło 1750 osób. Liczba ta stanowi zaokrąglenie do pełnych dziesiątek rzeczywistej liczby uczestników. Które przybliżenie jest poprawne?

A) $1741 \approx 1750$ **B)** $1744 \approx 1750$ **C)** $1745 \approx 1750$ **D)** $1755 \approx 1750$

Zadanie 5. (1 p.) Grafik, projektując okładkę do jednej z książek, tworzył wielokąty, wykorzystując sześć jednakowych trójkątów równobocznych. Ile z wymienionych niżej wielokątów można ułożyć z sześciu jednakowych trójkątów równobocznych, układając je tak, aby na siebie nie nachodziły: **pięciokąt**, **sześciokąt**, **siedmiokąt**, **ośmiokąt**?

A) jeden **B)** dwa **C)** trzy **D)** cztery

Zadanie 6. (1 p.) „Przybysz” to pierwszy rozdział powieści Stanisława Lema pt. „Solaris”. W jednym z wydań zajmuje on 9 stron, a na każdej z nich jest 40 wierszy. Ile stron zajmie ten rozdział, jeżeli na każdej stronie będzie 60 wierszy (zakładając, że liczba wierszy w całym rozdziale jest w obu wydaniach taka sama)?

A) 4 **B)** 6 **C)** 9 **D)** 12

W zadaniach 7–14 podaj pełne rozwiązanie. Zapisz wszystkie obliczenia, pamiętając o poprawnych jednostkach i zapisz odpowiedź.

Zadanie 7. (2 p.) Na stronie internetowej roklema.pl zamieszczono zegar odliczający czas, jaki pozostał do północy 13.09.2021, czyli dnia 100. urodzin Stanisława Lema. Którego dnia zegar wskazywał 59 dni 11 godzin 31 minut 08 sekund? Podaj, jaki był wtedy: dzień, miesiąc, rok oraz dokładna godzina (z minutami i sekundami).

Zadanie 8. (2 p.) W ankiecie on-line dotyczącej popularności utworów Stanisława Lema pod koniec lipca 2021 oddano 26811 głosów. Czytelnicy głosowali na jeden z dwunastu podanych alfabetycznie tytułów: „Bajki robotów”, „Cyberiada”, „Dzienniki gwiazdowe”, „Eden”, „Fiasko”, „Głos Pana”, „Kongres futurologiczny”, „Niezwyciężony”, „Opowieści o pilocie Pirxie”, „Pamiętnik znaleziony w wannie”, „Powrót z gwiazd”, „Solaris”. Ustal, jakie miejsce w tym rankingu zajęła każda z 12 powieści, jeżeli:

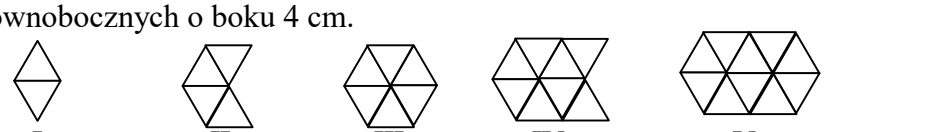
- na „Powrót z gwiazd” oddano mniej głosów niż na „Dzienniki gwiazdowe”,
- najmniej głosów oddano na powieść „Pamiętnik znaleziony w wannie”,
- „Kongres futurologiczny” i „Cyberiada” zajęły takie same miejsca, jak w spisie alfabetycznym,
- utwory „Dzienniki gwiazdowe”, „Fiasko”, „Opowieści o pilocie Pirxie”, „Powrót z gwiazd” zajęły parzyste miejsca, niekoniecznie w tak podanej kolejności,
- utwory „Niezwyciężony” i „Eden” zajęły miejsca nieparzyste, przy czym na drugi z tych tytułów oddano o ponad siedemset mniej głosów,
- między „Solaris” a „Pamiętnikiem znalezionym w wannie” była największa różnica głosów,
- na „Bajki robotów” oddano więcej głosów niż na „Dzienniki gwiazdowe”,
- na dziesiątym miejscu uplasował się jednowyrazowy tytuł,
- „Opowieści o pilocie Pirxie” uplasowały się o jedno miejsce niżej niż „Kongres futurologiczny”,
- następne miejsce po powieści „Fiasko” zajmowała powieść „Głos Pana”.

Zadanie 9. (2 p.) Dziesięcioletni Pirx na urodziny otrzymał w prezencie wycieczkę na Wenus. Tego dnia Wenus była oddalona od Ziemi o 60 mln km. Z jaką prędkością leciał wtedy statkiem kosmicznym, jeżeli podróż z Ziemi na Wenus trwała dwie godziny? Zakładamy, że statek Pirxa leciał ze stałą prędkością. Zapisz obliczenia i podaj odpowiedź z jednostką.

Zadanie 10. (3 p.) Bohaterami powieści „Cyberiada" są konstruktorzy Klapaucjusz i Trurl. Do budowy swoich maszyn wykorzystali kwadratowe płytki z jednego pudełka. Klapaucjusz wykorzystał $\frac{1}{11}$ płytek z tego pudełka, a Trurl tylko cztery. Razem wyjęli z pudełka 19 płytek. Ile płytek zostało w pudełku? Zapisz obliczenia i podaj odpowiedź.

Zadanie 11. (4 p.) Klapaucjusz podzielił kwadratową płytkę wzdłuż przekątnej na dwa jednakowe trójkąty. Ułożył z nich pięciokąt tak, że trójkąty na siebie nie nachodziły. Oblicz miary każdego z kątów wewnętrznych takiego pięciokąta. Zapisz uzasadnienie lub obliczenia. Rozpatrz wszystkie możliwości.

Zadanie 12. (4 p.) Kolejne figury na rysunku poniżej powstają przez dołożenie dwóch trójkątów równobocznych o boku 4 cm.



I II III IV V ...

a) Jaki jest obwód dziesiątej tak utworzonej figury?

b) Jaki jest numer figury, która ma obwód 72 cm?

Zapisz odpowiedzi i uzasadnienia.

Zadanie 13. (3 p.) Na lodowej planecie Kryonii z „Bajek robotów" mieszkańcy przygotowali prostokątne lodowisko o długości 40 metrów, którego pole powierzchni było równe 10 arów. Warstwa lodu była grubości 25 cm. Jaką objętość ma ta prostopadłościenna tafla lodu?
Zapisz obliczenia i podaj odpowiedź z jednostką.

Zadanie 14. (4 p.) W roku 2021 jubileusz 500-lecia obchodził Dzwon Zygmunt z Katedry Wawelskiej. Dzwon został wykonany przez ludwisarza Hansa Behama z Norymbergi. Klosz dzwonu waży 9 ton 650 kg i jest z brązu, który zawiera 80% miedzi i 20% cyny. Na wieży umieszczono go 9 lipca 1521 roku, natomiast 13 lipca 1521 roku Kraków po raz pierwszy usłyszał jego głos.

a) O ile kilogramów więcej miedzi niż cyny zawiera klosz dzwonu?

b) Zapisz w systemie rzymskim rok, w którym dzwon Zygmunt obchodził 125. rocznicę zawieszenia na wieży Katedry Wawelskiej.