Krakowska Matematyka 2018/2019

„100 lat Polskiego Towarzystwa Matematycznego” – etap szkolny

Czas 60 minut. W wyznaczonych miejscach powinno być pełne rozwiązanie. Trzeba je przepisać z brudnopisu.

POWODZENIA!

Rok 2019 jest Jubileuszowym Rokiem Matematyki z okazji setnej rocznicy utworzenia Polskiego Towarzystwa Matematycznego (PTM).

Zadanie 1. (1p.) Polskie Towarzystwo Matematyczne (PTM) powstało 2 kwietnia 1919 r. w Krakowie. Wskaż działanie, którego wynikiem jest liczba 1919.

A) MM – XCI = **B)** MM – LXXIX = **C)** MCDX + CDIX = **D)** XIX • CI =

Zadanie 2. (1p.) Ile było lat przestępnych od roku 1919 do roku 2019?

A) 24 **B)** 25 **C)** 40 **D)** 100

Zadanie 3. (1p.) Ile jest wszystkich liczb czterocyfrowych większych od 2019 utworzonych z cyfr 0, 1, 2, 9 takich, że każda z tych czterech cyfr występuje dokładnie jeden raz?

A) 5 **B)** 6 **C)** 11 **D)** 24

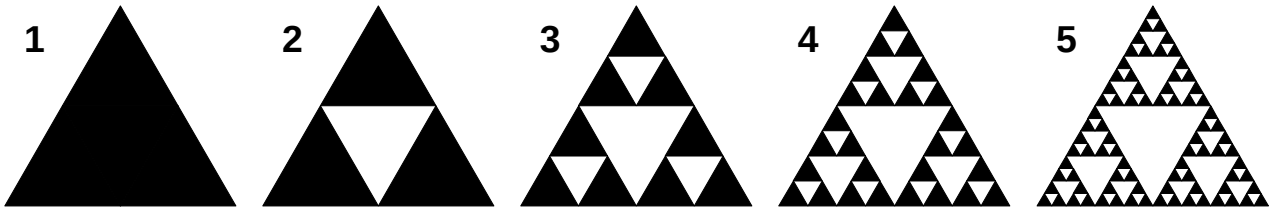
Zadanie 4. (1p.) Na osi liczbowej zaznaczono liczbę 1919. Ile jest innych liczb całkowitych, które zaznaczymy na osi bliżej niż 2019 jednostek od liczby 1919?

A) 100 **B)** 3938 **C)** 4036 **D)** 4037

Zadanie 5. (1p.) Liczbę 2019 zapisano bez odstępów pewną liczbę razy. Powstała liczba wielocyfrowa. Od której z cyfr występujących w liczbie 2019 należy zacząć dodawanie kolejnych cyfr liczby wielocyfrowej, aby otrzymać sumę równą 921?

A) 2 **B)** 0 **C)** 1 **D)** 9

Zadanie 6. (1p.) Dla uczczenia Jubileuszowego Roku Matematyki organizatorzy planują, aby 12.04.2019 r. uczniowie krakowskich szkół utworzyli na Błoniach Trójkąt Sierpińskiego. Jest to trójkąt równoboczny, z którego „wycina” się (białe) trójkąty o wierzchołkach leżących na środkach czarnych trójkątów, tak jak na poniższych rysunkach.

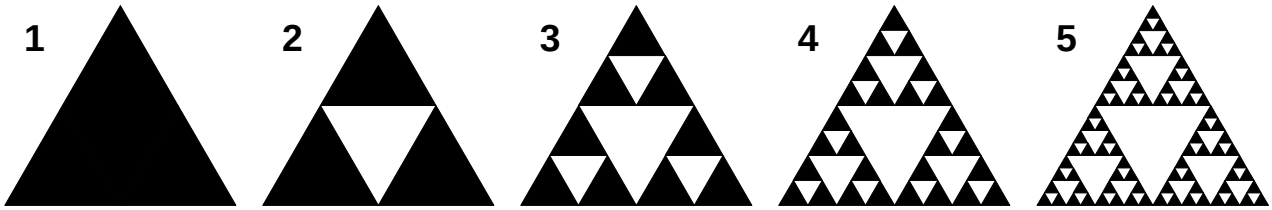


Gdyby dorysować rysunek nr 6, to liczba nowych najmniejszych białych trójkątów na rysunku nr 6 będzie równa:

A) 9 **B)** 27 **C)** 81 **D)** 243

Zadanie 7. (3p.) Aby uczniowie mogli ćwiczyć ustawianie trójkąta Sierpińskiego na szkolnym boisku, nauczyciel najpierw narysował trójkąt równoboczny o boku długości 1 m 20 cm. Potem, w ciągu $1\frac{2}{3}$ minuty, dorysował do tego trójkąta nowe odcinki, takie, że powstał trójkąt równoboczny o boku dwa razy większym. Ile sekund zajmie mu dorysowanie następnych odcinków tak, aby bok otrzymanego trójkąta równobocznego był 3 razy większy od początkowego? Zakładamy, że rysuje w tym samym tempie. Zapisz obliczania (uzasadnienie) i odpowiedź.

Zadanie 8. (4p.)



Wiedząc, że białe trójkąty są wyznaczone przez środki boków czarnych trójkątów i pole trójkąta na rysunku nr 1 jest równe 1024 cm^2, uzupełnij poniższą tabelkę. Powyżej nie ma rysunku trójkąta nr 6, podaj więc obliczenia dla wyników wpisanych w ostatniej kolumnie tabelki.

numer rysunku	2	3	4	5	6
pole najmniejszego trójkąta białego					
suma pól wszystkich białych trójkątów					

Zadanie 9. (3p.) Zorganizowano konkurs o PTM. Dla każdego uczestnika finału przygotowano 8 pytań. Okazało się jednak, że do finału zakwalifikowało się o dwie osoby więcej niż planowano, bo uzyskały taką samą liczbę punktów. Liczba wszystkich pytań nie zmieniła się, dlatego każdy finalista odpowiadał tylko na 6 pytań. Wykorzystano wszystkie przygotowane pytania. Ilu było uczestników finału i ile przygotowano pytań? Zapisz obliczenia i odpowiedź.

Zadanie 10. (3p.) Z okazji 90-lecia PTM wydano plakat, na którym umieszczono fotografie pierwszych prezesów. Jeśli prawidłowo zapiszesz i obliczysz wartość poniższego wyrażenia, dowiesz się, ile zdjęć jest na tym plakacie.
Od iloczynu najmniejszej liczby pierwszej i największej dwucyfrowej liczby pierwszej odejmij liczbę trzycyfrową, która w rzędzie jedności ma cyfrę podzielną przez 9, cyfra dziesiątek jest dodatnią liczbą parzystą podzielną przez 3, a cyfra setek jest 9 razy mniejsza od cyfry jedności.

Zadanie 11. (3p.) Plakat poświęcony PTM jest prostokątem o wymiarach 55 cm x 0,78 m. Jedno zdjęcie na tym plakacie ma wymiary 36 mm x 50 mm. Jaką część plakatu zajmuje takie zdjęcie? Zapisz obliczenia i podaj odpowiedź w postaci skróconego ułamka zwykłego.

Zadanie 12. (3p.) Stefan Banach był prezesem PTM w czasie II wojny. W Krakowie są dwa pomniki tego matematyka: przy ul. Reymonta i na plantach pod Wawelem. Na planie Krakowa, gdzie odcinkowi o długości 3 cm odpowiada w rzeczywistości odcinek o długości 0,6 km, odległość między pomnikami jest równa 71 mm. Jaka jest rzeczywista odległość między tymi pomnikami? Zapisz obliczenia i podaj odpowiedź w kilometrach.