Krakowska Matematyka 2018/2019

„100 lat Polskiego Towarzystwa Matematycznego” – etap szkolny

Czas 60 minut. W wyznaczonych miejscach powinno być pełne rozwiązanie. Trzeba je przepisać z brudnopisu.

POWODZENIA!

Rok 2019 jest Jubileuszowym Rokiem Matematyki z okazji setnej rocznicy utworzenia Polskiego Towarzystwa Matematycznego (PTM).

Zadanie 1. (1p.) Polskie Towarzystwo Matematyczne (PTM) powstało 2 kwietnia 1919 roku w Krakowie. Wskaż działanie, którego wynikiem nie jest liczba 1919.

A) MCDX + CDIX = **B)** MM – LXXXI = **C)** XIX • CI = **D)** MMC – CLXXXI=

Zadanie 2. (1p.) Kraków odzyskał wolność 31 października 1918 r. Po ilu dniach powstało Polskie Towarzystwo Matematyczne (2 kwietnia 1919 r.)?

A) 150 **B)** 152 **C)** 153 **D)** 154

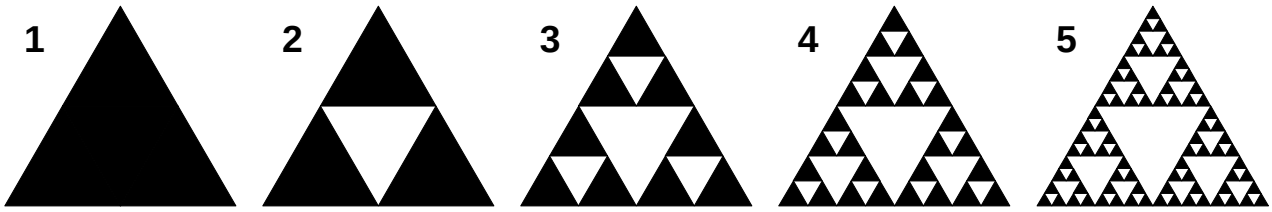
Zadanie 3. (1p.) Liczbę 2019 zapisano bez odstępów pewną liczbę razy. Powstała liczba wielocyfrowa. Od której z cyfr występujących w liczbie 2019 należy zacząć dodawanie kolejnych cyfr liczby wielocyfrowej, aby otrzymać sumę równą 81?

A) 2 **B)** 0 **C)** 1 **D)** 9

Zadanie 4. (1p.) Ile jest wszystkich możliwych czterocyfrowych szyfrów utworzonych z cyfr: 0, 1, 2, 9, które tworzą liczbę czterocyfrową mniejszą od 2019 taką, że każda z tych czterech cyfr występuje dokładnie jeden raz?

A) 4 **B)** 6 **C)** 10 **D)** 16

Zadanie 5. (1p.) Dla uczczenia Jubileuszowego Roku Matematyki organizatorzy planują, aby 12.04.2019 r. uczniowie krakowskich szkół utworzyli na Błoniach Trójkąt Sierpińskiego. Jest to trójkąt równoboczny, z którego „wycina” się (białe) trójkąty o wierzchołkach leżących na środkach boków czarnych trójkątów, tak jak na poniższych rysunkach.



Jaką część całego dużego trójkąta na rysunku nr 4 zajmują wszystkie białe trójkąty?

A) $\frac{1}{8}$ **B)** $\frac{13}{81}$ **C)** $\frac{7}{16}$ **D)** $\frac{37}{64}$

Zadanie 6. (1p.) Obwód trójkąta równobocznego na planie wykonanym w skali 1:12 jest równy 30 cm. Jaka jest długość boku tego trójkąta w skali 1:1?

A) 2,5 cm **B)** 60 cm **C)** 120 cm **D)** 360cm

Zadanie 7. (3p.) Pierwsze posiedzenie Polskiego Towarzystwa Matematycznego odbyło się 2 kwietnia 1919 r. w Collegium Nowodworskiego w Krakowie. O której godzinie się rozpoczęło, jeśli do końca doby zostało o 10 godzin mniej czasu, niż czasu który upłynął od północy (czyli od początku doby). Zapisz obliczenia i odpowiedź.

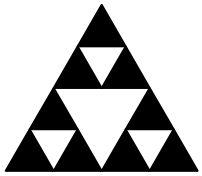
Zadanie 8. (3p.) W sali posiedzeń pan Janek i pan Michał razem ustawili 40 krzeseł. Gdyby pan Janek ustawił o 6 krzeseł więcej, a pan Michał o 6 krzeseł mniej, to ustawiliby po tyle samo krzeseł. Ile krzeseł ustawił pan Janek, a ile pan Michał? Zapisz wszystkie obliczenia i podaj odpowiedź.

Zadanie 9. (3p.) Jeśli prawidłowo obliczysz wartość wyrażenia, dowiesz się, ile osób uczestniczyło w pierwszym spotkaniu PTM. Zapisz wyniki cząstkowe. Wynik podaj w systemie rzymskim.

$(4+1)^2 - 3^3 : 9 \bullet 2 - 3^2 : 3 =$

Zadanie 10. (3p.) Logo PMT umieszczono na prostokątnych nalepkach przygotowanych na teczki dla uczestników zjazdu PTM. Iloczyn długości dwóch sąsiednich boków tego prostokąta (wyrażonych w tych samych jednostkach) jest równy 100. Długość jednego z boków jest cztery razy większa od długości drugiego. Jaki jest obwód tego prostokąta? Zapisz obliczenia i odpowiedź.

Zadanie 11. (3p.) Oto rysunek jednego z trójkątów Sierpińskiego. Oblicz sumę obwodów wszystkich trójkątów widocznych na rysunku, jeśli w rzeczywistości długość boku najmniejszego z trójkątów jest równa 5 cm. Zapisz obliczenia i podaj odpowiedź.



Zadanie 12. (3p.) Liczby lustrzane to takie, gdy jedna powstaje z drugiej po zapisaniu cyfr w odwrotnej kolejności, to znaczy od końca. Oto przykład: 2019 i 9102. Suma tych liczb jest równa 11121. Podaj dwie pary liczb lustrzanych, których suma jest równa 726. Zapisz obliczenia (uzasadnij) i podaj odpowiedź.

Zadanie 13. (4p.)

a) Oblicz sumę wszystkich dzielników liczby 100.

b) Oblicz iloczyn wszystkich dzielników liczby 100 mniejszych od 50.

Zapisz obliczenia i podaj odpowiedzi.